трение и износ

УДК 681.51.

В.Л.ЗАКОВОРОТНЫЙ, А.Д.ЛУКЬЯНОВ, В.Е.СТУПИН

УСЛОВИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ТРИБОСРЕДОЙ

Рассматриваются условия потери устойчивости движения механической системы, взаимодействующей со средой, формируемой в трибосопряжении. Показаны условия возникновения и роль диссипативных, гироскопических, потенциальных и циркуляционных сил, формируемых в узле трения естественным образом.

Ключевые слова: трение, устойчивость движения, управление.

Введение. При проектировании машин и механизмов часто необходимо решать вопросы устойчивости движения с учетом существующих трибоузлов. В зоне, находящейся между контактируемыми поверхностями трибоузла, формируется диссипативная среда, образующая динамическую связь [1-3]. Динамические свойства такой системы раскрываются на основе «базовой» динамической модели трибосистемы [4], рассматривающей смещение упругодиссипативно подвешенного индентора по отношению к абсолютно жёсткому основанию (контробразцу) большой массы (рис.1). Индентор представляется в виде сосредоточенной массы. Он движется с медленно меняющейся скоростью V(t), задаваемой управлением от внешнего источника. Уравнение движения такой системы можно представить в виде

$$m\ddot{X} + h\dot{X} + cX = F(X, \dot{X}, V) + F^*(t) + U(t),$$
 (1)

где $X = \{X_1, X_2\}^T$ - вектор координат системы. Координаты вектора состояния показывают текущие положения поверхности индентора в трибосреде (формируемой в процессе относительного скольжения между

 $F(X,\dot{X},V) = \left\{ F_1(X,\dot{X},V), F_2(X,\dot{X},V) \right\}^T$ контактируемыми поверхностями); вектор-функция, зависимость СИЛ описывающая взаимодействия от координат состояния. Её свойства определяются формируемой в процессе трения переходной областью между индентором и контробразцом, названной трибосредой; $F^*(t)$ - силы, не объяснимые в координатах состояния системы, которые можно интерпретировать как неуправляемый силовой шум, возмущающий стационарные движения системы; m,h,c - матрицы размерности 2 2 соответственно обобщенных масс, коэффициентов демпфирования и жесткости; внешних силовых воздействий. Таким образом, внешние условия функционирования узла трения задаются и V(t) - медленными функциями времени.

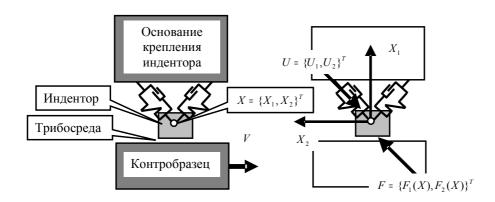


Рис.1. Схема «базовой» динамической модели узла трения

Ограничимся наиболее важным для технических приложений случаем, когда стационарная траектория в пространстве состояния есть точка $X^*\left(t\right)=X^*$, что соответствует U(t)=U=const и V(t)=V=const. Возможность такого рассмотрения реальной системы определяется тем, что U(t)=U=const и изменения координат U(t)=U=const при условии асимптотической устойчивости системы также будут описываться медленной функцией времени. Тогда, учитывая, что U(t)=U=const , где U(t)=U=const и U(t)=U=const и

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + cx = \varphi(X^*, V, x, \dot{x}) + F^*(t),$$
 (2)

где $\varphi\left(X^{*},V,x,\dot{x}\right)$ = $\left\{\varphi_{1}\left(X^{*},V,x,\dot{x}\right),\varphi_{2}\left(X^{*},V,x,\dot{x}\right)\right\}^{T}$ - нелинейные функции в вариациях относительно точки равновесия, причем $\varphi\left(X^{*},V,0,0\right)=0$.

Кроме этого справедливо $\dot{x}_1 dt o 0$ и $\dot{x}_2 dt o 0$ при достаточно

большом T , в противном случае $X^* o$. Для стационарных периодических траекторий с периодом T также выполняются условия:

$$\overset{T}{\dot{x}_1}dt = 0 \underset{0}{\overset{T}{\times}} \dot{x}_2 dt = 0,$$

в противном случае после каждого периода колебаний формируется дополнительное смещение точки равновесия. Случай реверсивного трения не рассматривается.

Для автономной системы:

$$m\ddot{x} + h_{\Sigma}\dot{x} + c_{\Sigma}x = 0, \tag{3}$$

где $h_{\Sigma} = h_{s,k} - \partial \varphi_{s}/\partial \dot{x}_{k}$, $c_{\Sigma} = c_{s,k} - \partial \varphi_{s}/\partial x_{k}$, s,k = 1,2 устойчивость траектории s



циркуляционные силы [5-7]. В целом структура сил контактного взаимодействия в динамической системе трения такова, что они, за редким исключением, приводят к формированию гироскопических и циркуляционных сил. Подчеркнём, что все имеющиеся экспериментальные данные по изучению траекторий движения контактируемых поверхностей в узлах трения показывают, что при потере устойчивости траектории движения индентора всегда остаются круговыми независимо от параметров подвески индентора.

Влияние матриц динамической жёсткости и диссипации процесса трения на устойчивость точки равновесия. Проанализируем роль матриц динамической жёсткости и диссипации в стабилизации и потере устойчивости равновесия динамической системы трения. Отметим главные известные особенности связи, формируемой трибосредой [1-3].

- 1. При сближении индентора с контробразцом быстро возрастают нормальные составляющие сил, препятствующие сближению поверхностей и характеризующие, например, несущую способность подшипника. В некоторых случаях [1-4] имеют место аномальные свойства функции сближения, характеризуемые многозначностью силовой функции в зависимости от сближения поверхностей. Однако в большинстве случаев эта характеристика монотонна и однозначна.
- 2. Происходит запаздывание тангенциальных составляющих сил при изменении нормальных составляющих. Запаздывание обусловлено перестройкой стационарного состояния в трибосреде, которая требует прохождения некоторого пути при движении индентора относительно контробразца. Имеющиеся экспериментальные данные подтверждают наличие этого запаздывания и его увеличение при уменьшении скорости относительного скольжения.
- 3. При увеличении скорости относительного скольжения при прочих неизменных условиях в отдельных диапазонах скоростей происходит уменьшение тангенциальной составляющей силы контактного взаимодействия.

Вышеизложенное позволяет уточнить вектор – функцию $F(X,\dot{X},V)$ и представить её в следующем виде:

$$F_1 = F_1(X_1, V);$$

$$F_2 = kF_1(t - \tau) - F_2^{(V)}(V + \dot{X}).$$
(5)

С учётом (5) матрицы $\, c_{\scriptscriptstyle \Sigma} \,$ и $\, h_{\scriptscriptstyle \Sigma} \,$ будут иметь вид:

$$c_{\Sigma} = \frac{\left(c_{1,1} - \partial F_{1} / \partial x_{1}\right); \quad c_{2,1}}{\left(c_{1,2} - k \partial F_{1} / \partial x_{1}\right); \quad c_{2,2}} ; \quad h_{\Sigma} = \frac{h_{1,1}; \quad h_{2,1}}{\left(h_{1,2} + k \tau \partial F_{1} / \partial \dot{x}_{1}\right); \quad \left(h_{2,2} + \partial F_{2}^{(V)} / \partial \dot{x}_{2}\right)}.$$

В зависимости от U и V значения $\partial F_1 / \partial x_1$ монотонно меняются в диапазоне $\left|c_{1,1}^{(T,\min)}\right| < \left|\partial F_1 / \partial x_1\right| < \left|c_{1,1}^{(T,\max)}\right|$, причём $\partial F_1 / \partial x_1 < 0$. Коэффициент $\partial F_2^{(V)} / \partial \dot{x}_2$, в зависимости от V, может быть как положительным, так и отрицательным. Обозначим $-\partial F_1 / \partial x_1 = c_{1,1}^{(T)}$ и $-\partial F_2^{(V)} / \partial \dot{x}_2 = h_{2,2}^{(T)}$. Тогда система (3) может быть представлена как

$$m\ddot{x} + h_{\Sigma}^{(c)}\dot{x} + c_{\Sigma}^{(c)}x + h_{\Sigma}^{(c)}\dot{x} + c_{\Sigma}^{(c)}x = 0,$$
 (6)

где
$$h_{\Sigma}^{(c)} = \begin{pmatrix} h_{1,1}; & \left(h_{1,2} - \frac{1}{2}k\tau c_{1,1}^{(T)}\right) \\ \left(h_{1,2} - \frac{1}{2}k\tau c_{1,1}^{(T)}\right); & \left(h_{2,2} - h_{2,2}^{(T)}\right) \end{pmatrix}$$
, $c_{\Sigma}^{(c)} = \begin{pmatrix} c_{1,1} + c_{1,1}^{(T)} \end{pmatrix}; & \left(c_{1,2} + \frac{1}{2}kc_{1,1}^{(T)}\right); \\ \left(c_{1,2} + \frac{1}{2}kc_{1,1}^{(T)}\right); & c_{2,2} \end{pmatrix}$

симметричные части матрицы c_{Σ} и h_{Σ} с учётом реакции со стороны трибосопряжения (они определяют потенциальные свойства системы);

$$h_{\Sigma}^{(k)} = \begin{array}{c} 0; & \frac{1}{2}k\tau c_{1,1}^{(T)} \\ -\frac{1}{2}k\tau c_{1,1}^{(T)}; & 0 \end{array}, \qquad c_{\Sigma}^{(k)} = \begin{array}{c} 0; & -\frac{1}{2}kc_{1,1}^{(T)} \\ \frac{1}{2}kc_{1,1}^{(T)}; & 0 \end{array}$$

кососимметричные составляющие матриц c_{Σ} и h_{Σ} , определяющие гироскопические и циркуляционные силы. Параметр $c_{\mathrm{l,l}}^{(T)}$ определяется градиентом функции сближения в точке равновесия, то есть характеризует нормальную контактную жёсткость трибосопряжения. Это обобщение понятия контактной жёсткости, принятого в [8]. Коэффициент k можно интерпретировать как динамический коэффициент трения, рассматриваемый в вариациях относительно стационарного состояния. В [1-3] показано, что он может принимать, в зависимости от сближения поверхностей, существенно различные значения, даже близкие к единице. Запаздывающий аргумент t также зависит от t0 Принципиально, что медленно изменяющейся траектории t1 соответствует траектория параметров t2 по t3 по t4 по t4 по t5 по t6 по t7 по t8 по t9 по t

Анализ матриц $h_{\Sigma}^{(c)}$, $h_{\Sigma}^{(k)}$, $c_{\Sigma}^{(c)}$ и $c_{\Sigma}^{(k)}$ позволяет определить некоторые механизмы потери устойчивости точки равновесия системы и её структурных преобразований.

Первый случай. Рассмотрим влияние асимметрии позиционных сил в случае $\tau \to 0$ и $h_{{\scriptscriptstyle \Sigma},{\scriptscriptstyle \Sigma}}^{(T)} \to 0$. Тогда $h_{{\scriptscriptstyle \Sigma}}^{(k)} \to 0$, $h_{{\scriptscriptstyle \Sigma}}^{(c)}$ = $h_{{\scriptscriptstyle \Sigma}}$ = h , и вместо (6) имеем:

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + c_{\Sigma}^{(c)}x + c_{\Sigma}^{(\kappa)}x = 0.$$
 (7)

Мы видим, что позиционная связь, формируемая процессом трения, вызывает изменение потенциальных свойств динамической системы (определяются матрицей $c_{\Sigma}^{(c)}$) и приводит к образованию циркуляционных сил (определяются матрицей $c_{\Sigma}^{(k)}$), которые могут влиять на устойчивость точки равновесия. Изменение положительно определённой матрицы h может лишь преобразовать устойчивую по Ляпунову систему в асимптотически устойчивую, если матрица жёсткости симметрична и положительно определена. Стабилизировать систему, неустойчивую по позиционным силам, с помощью изменения матрицы h невозможно.

Из (7) получаем характеристический полином системы:

$$\Delta_{\Sigma}(p) = \Delta(p) + c_{1,1}^{(T)} mp^2 + (h_{2,2} - kh_{2,1}) p + (c_{2,2} - kc_{2,1})$$
, (8)

где $\Delta(p)$ - характеристический полином асимптотически устойчивой системы без трения (левая часть (2)).

Анализ (8) показывает, что если исходная динамическая структура подвески индентора является ортогональной¹, то циркуляционные силы не могут привести к потере устойчивости. Действительно, $c_{1,2} = h_{1,2} = 0$ полином (8) преобразуется полином $\Delta_{\Sigma}(p) = (mp^2 + h_{11}p + c_{11} + c_{11}^{(T)})(mp^2 + h_{22}p + c_{22}),$ корни которого имеют отрицательные вещественные части. Очевидно, что это утверждение можно распространить и на случай, когда механическая часть системы без трения представлена в виде N-мерной динамической структуры, обладающей ортогональными динамическими свойствами. Таким образом, влияние циркуляционных сил на устойчивость точки равновесия возможно лишь в тех случаях, когда связь между координатами формирует замкнутые динамические структуры, условия самовозбуждения в которых меняются при изменении параметров матрицы $c_{\Sigma}^{(k)}$.

Вначале положим, что k = const. Тогда можно вычислить предельные значения $\mathcal{C}_{1,1}^{(T)}$ и условия, при которых равновесие системы является асимптотически устойчивым. Для этого удобно воспользоваться частотным критерием устойчивости Михайлова (рис. 2). В зависимости от параметров системы, прежде всего недиагональных элементов матриц жёсткости и диссипации подвески индентора, а также динамического коэффициента трения, при варьировании $\mathcal{C}_{1,1}^{(T)}$ возможна потеря устойчивости равновесия системы.

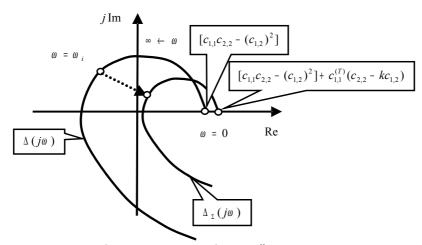


Рис.2. Схема преобразования годографа Михайлова за счёт потенциальных и циркуляционных сил, формируемых в трибосопряжении

Мы видим, что неконсервативные (циркуляционные) силы могут приводить к потере устойчивости точки равновесия системы. **Второй случай.** Рассмотрим влияние на устойчивость равновесия запаздывающего аргумента $\mathcal I$, изменяющего матрицу диссипации $h_{\Sigma}^{(c)}$ и формирующего гироскопические силы за счёт кососимметрической части

 $^{^1}$ Здесь и далее под ортогональной динамической структурой будем понимать такую, для которой все недиагональные элемента матриц $\mathcal C$ и h равны нулю.

 $h_{\Sigma}^{(k)}$. Как и в первом случае, если h является диагональной, то запаздывающий аргумент не влияет на устойчивость точки равновесия системы. В общем же случае структура матриц $h_{\Sigma}^{(c)}$ и $h_{\Sigma}^{(k)}$ в (6) показывает, что запаздывающий аргумент τ усиливает положительную определённость матрицы $h_{\Sigma}^{(c)}$ и дополнительно приводит к формированию гироскопических сил, также увеличивающих запас устойчивости системы. Для доказательства этого утверждения рассмотрим характеристический полином системы (6) в предположении, что $h_{2,2}^{(T)}$ = 0. Тогда с учётом (8) имеем:

$$\Delta_{\Sigma}^{*}(p) = \Delta_{\Sigma}(p) + \tau k c_{1,1}^{(T)} p \left(h_{2,1} p + c_{2,1} \right), \tag{.9}$$

где $\Delta_{\Sigma}(p)$ - то же, что и в (8).

Пусть полином $\Delta_{\Sigma}(p)$ соответствует системе, устойчивой по Ляпунову. Тогда годограф $\Delta_{\Sigma}(j\omega)$ проходит через начало координат (рис.3,а). Каждая точка годографа $\Delta_{\Sigma}^*(j\omega)$ смещается влево на $-\tau k c_{1,1}^{(T)} h_{2,1} \omega^2$ и вверх на величину $\tau k c_{1,1}^{(T)} c_{2,1} \omega j$, то есть во внешнюю сторону по отношению к годографу $\Delta_{\Sigma}(p)$, соответствующему устойчивой по Ляпунову системе. Следовательно, годограф $\Delta_{\Sigma}^*(j\omega)$ будет отвечать асимптотически устойчивой системе. Более того, если годограф $\Delta_{\Sigma}^*(j\omega)$ соответствует неустойчивой системе, то по мере увеличения \mathcal{T} система может приобрести асимптотическую устойчивость (рис.3,6).

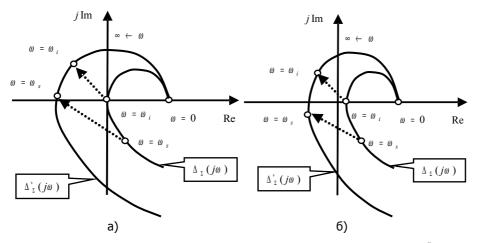


Рис.3. Влияние на годограф Михайлова запаздывающего аргумента au

Третий случай. Рассмотрим влияние на устойчивость параметра $h_{2,2}^{(T)}$, который связан с кинетической характеристикой процесса трения [4]. К аналогичным эффектам приводит и запаздывание нормальных составляющих сил по отношению к нормальным смещениям индентора. Анализ матриц h_{Σ} и c_{Σ} в (6) показывает, что параметр $h_{2,2}^{(T)}$ влияет на симметрич-

ную составляющую $h_{\Sigma}^{(c)}$. Более того, при увеличении $h_{2,2}^{(T)}$ возможно преобразование матрицы $h_{\Sigma}^{(c)}$ в отрицательно определённую. В этом случае в системе трения могут формироваться ускоряющие силы, при всех условиях вызывающие потерю устойчивости точки равновесия системы. **Выводы.**

1. При взаимодействии механической системы с трибосредой объединенная динамическая система обладает принципиально иными динамическими свойствами по сравнению с исходной системой без трения. При этом в контакте в зоне трения формируются диссипативные, ускоряющие, гироскопические, потенциальные и циркуляционные силы. Характерно, что диссипативные и потенциальные силы зависят как от параметров связи, формируемой узлом трения, так и от параметров подвески индентора. Что касается гироскопических и циркуляционных сил, то они не зависят от параметров подвески индентора.

Механизм изменения потенциальных и формирования циркуляционных сил связан с отсутствием изменения силовой реакции со стороны трибосопряжения на тангенциальное смещение контактируемых поверхностей. При определённом соотношении нормальных и тангенциальных составляющих сил контактного взаимодействия динамическая система за счёт формирования циркуляционных сил может потерять устойчивость. Возможность потери устойчивости зависит также от свойств подвески индентора. Если матрицы жёсткости и диссипации подвески индентора являются диагональными, то циркуляционные силы не влияют на устойчивость равновесия.

Механизм изменения диссипативных и формирования гироскопических сил обусловлен влиянием запаздывания изменения тангенциальных составляющих сил по отношению к вариациям нормальных составляющих. Это запаздывание всегда направлено на стабилизацию точки равновесия системы.

Механизм формирования ускоряющих сил обусловлен кинетической характеристикой процесса трения. Ускоряющие силы могут формироваться и за счёт запаздывания нормальных к контактируемой поверхности сил при вариациях смещения поверхности в этом же направлении.

2. Структура формируемых сил такова, что при движении поверхностей в вариациях относительно точки равновесия по замкнутому циклу совершается работа не только за счёт сил диссипации, но и за счёт сил упругости. В связи с этим структура работы, совершаемой силами, обусловленными колебаниями в вариациях относительно стационарной траектории, достаточно сложная, и это обстоятельство необходимо учитывать при изучении эволюционных преобразований в динамической системе трения.

Выполненный анализ относится к малым колебаниям относительно точки равновесия, поэтому при потере устойчивости в системе необходимо анализировать нелинейные связи, формируемые процессом в вариациях относительно точки равновесия, и образующиеся при этом многообразия в пространстве состояния системы.

Библиографический список

1. Заковоротный В.Л. Нелинейная трибомеханика. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2000. – 293 с.

- 2. Заковоротный В.Л. Динамика трибосистем. Самоорганизация, эволюция. Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2003. 502 с.
- 3. Заковоротный В.Л. Введение в динамику трибосистем. Ростов н/Д: ИнфоСервис, 2004. 680 с.
- 4. Крагельский И.В., Гитис Н.В. Фрикционные автоколебания. М.: Наука, 1987. 181 с.
- 5. Wehrli C., Ziegler H., Zur Rlassifikation von Kraften. Schweiz. Bauzeitung, 84. 1966. № 48. P.75-94.
- 6. Ziegler H., Linear Elastic Stability. Critical Analysis of Methods, ZAMP, Basel Zurich, IV, F-2, 1953. P.89-121.
- 7. Thomson W. and Tait P. Treatise on Natural Phylosophy. Part 1. Cambridge University Press, 1879. P.564.
- 8. Демкин Н.Б., Рыжов Э.В. Качество поверхности и контакт деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 244 с.

Материал поступил в редакцию 19.06.07.

V.L.ZAKOVOROTNY, A.D.LUKJANOV, V.E.STUPIN

CONDITIONS OF THE MECHANICAL SYSTEM MOTION STABILITY LOSS INTERACTING WITH A TRIBOMEDIUM

Conditions of the motion stability loss of a mechanical system interacting with a medium that is formed at a tribomating are discussed. Conditions of the formation and the role of dissipative, gyroscopic, potential and circulation forces that are formed at the friction node by the natural way have established.

ЗАКОВОРОТНЫЙ Вилор Лаврентьевич (р. 1940), доктор технических наук (1981), профессор (1983), заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов» ДГГУ (1981), проректор по научно-исследовательской работе ДГТУ. Окончил (1962) РИСХМ по специальности «Автоматические, телемеханические и электроизмерительные приборы и устройства» Работает в области динамического мониторинга, взаимодействия сложных управляемых систем со средами.

В 1984 г. совместно с сотрудниками Киевского политехнического института и Южмаша стал лауреатом Государственной премии в области науки и техники Украины.

Имеет более 250 научных работ. Руководит аспирантурой и докторантурой.

ЛУКЬЯНОВ Александр Дмитриевич (р. 1970), доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» ДГТУ, кандидат технических наук. Окончил МФТИ (1994).

Область научных интересов: динамика машин, математическое моделирование.

Автор более 70 научных публикаций

СТУПИН Валерий Евгеньевич (р.1956), генеральный директор ФГУП «ВНИИ «Градиент» (2005).

Сфера научных интересов – трибомеханика, радиомехатроника и системы управления.

Автор 8 научных работ.